《电路基础电子教程》

EED

四川航天职业技术学院电子工程系

CASC

《电路基础电子教程》

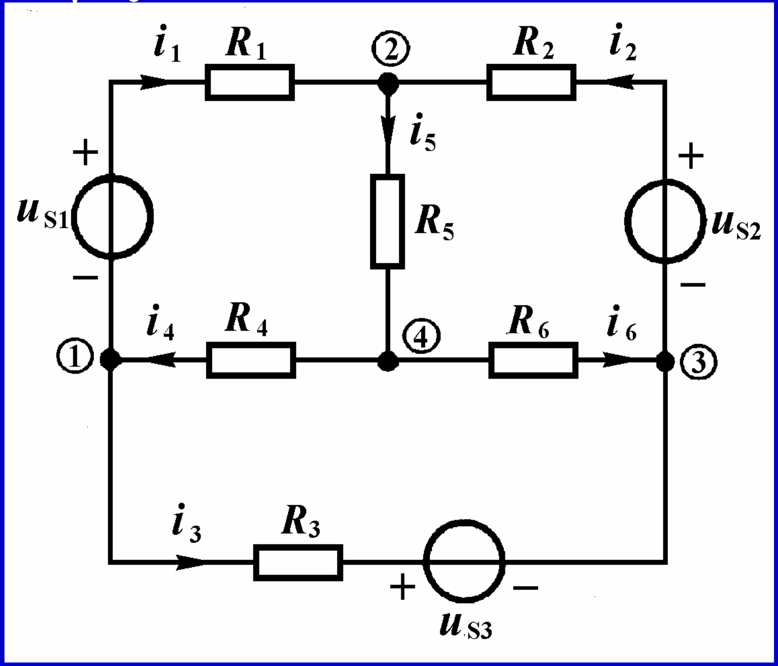
§3－2 网孔分析法

在支路电流法一节中已述及，由独立电压源和线性电阻构成的电路，可以b个支路电流变量来建立电路方程。在b个支路电流中，只有一部分电流是独立电流变量，另一部分电流则可由这些独立电流来确定。若用独立电流变量来建立电路方程，则可进一步减少电路方程数。

对于具有b条支路和n个结点的平面连通电路来说，它的$(b-n+1)$个网孔电流就是一组独立电流变量。用网孔电流作变量建立的电路方程，称为网孔方程。求解网孔方程得到网孔电流后，用 KCL方程可求出全部支路电流，再用VCR方程可求出全部支路电压。

一、网孔电流

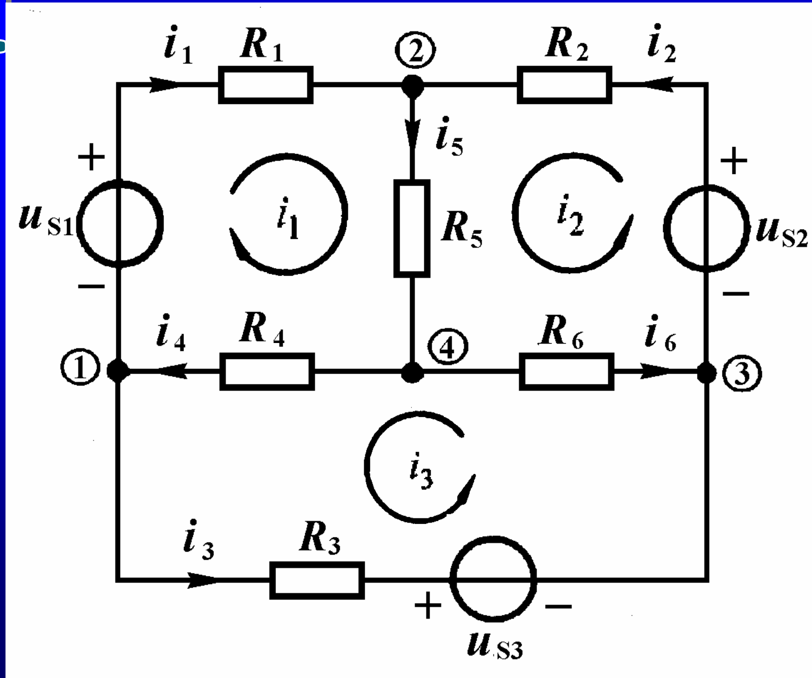
若将电压源和电阻串联作为一条支路时，该电路共有6条支路和4个结点。对①、②、③结点写出KCL方程。



$$\begin{cases} i_1+i_3-i_4=0 \rightarrow i_4=i_1+i_3 \\ -i_1-i_2+i_5=0 \rightarrow i_5=i_1+i_2 \\ i_2-i_3-i_6=0 \rightarrow i_6=i_2-i_3 \end{cases}$$

支路电流i_4、i_5和i_6可以用另外三个支路电流i_1、i_2和i_3的线性组合来表示。

《电路基础电子教程》



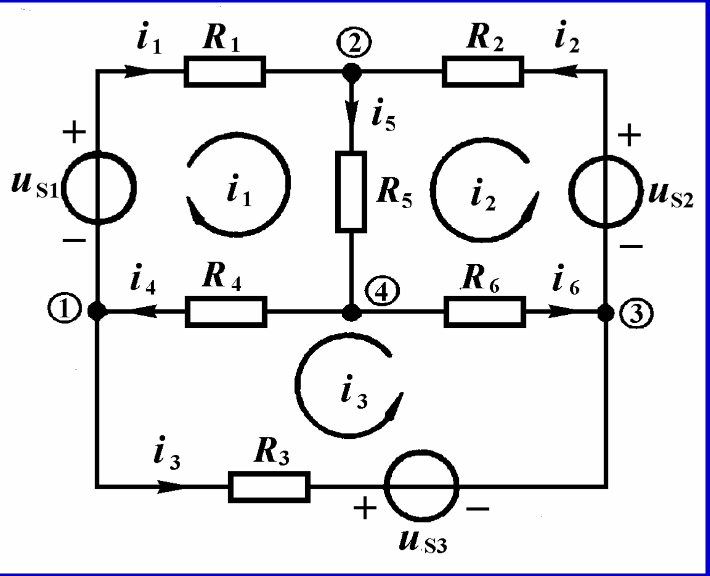
$$
\begin{cases}
i_1 + i_3 - i_4 = 0 & \rightarrow \quad i_4 = i_1 + i_3 \\
-i_1 - i_2 + i_5 = 0 & \rightarrow \quad i_5 = i_1 + i_2 \\
i_2 - i_3 - i_6 = 0 & \rightarrow \quad i_6 = i_2 - i_3
\end{cases}
$$

电流i_4、i_5和i_6是非独立电流，它们由独立电流i_1、i_2和i_3的线性组合确定。这种线性组合的关系，可以设想为电流i_1、i_2和i_3沿每个网孔边界闭合流动而形成，如图中箭头所示。这种在网孔内闭合流动的电流，称为网孔电流。<u>它是一组能确定全部支路电流的独立电流变量</u>。对于具有b条支路和n个结点的平面连通电路来说，共有$(b-n+1)$个网孔电流。

《电路基础电子教程》

二、网孔方程

以图示网孔电流方向为绕行方向，写出三个网孔的KVL方程分别为



$$\left.\begin{aligned} R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_4 i_4 &= u_{S1} \\ R_2 i_2 + R_5 i_5 + R_6 i_6 &= u_{S2} \\ R_3 i_3 - R_6 i_6 + R_4 i_4 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\}$$

将以下各式代入上式，消去 i_4、i_5和i_6后可以得到

$$i_4 = i_1 + i_3 \quad i_5 = i_1 + i_2 \quad i_6 = i_2 - i_3$$

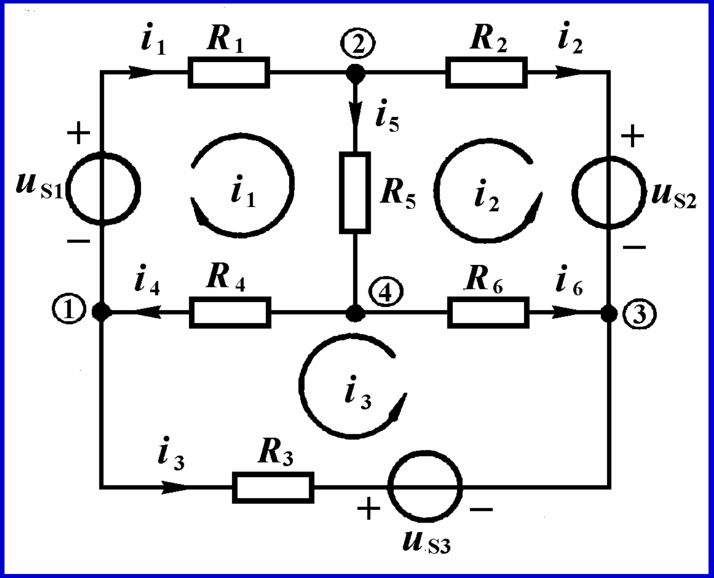
$$\left.\begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_5) i_1 + R_5 i_2 + R_4 i_3 &= u_{S1} \\ R_5 i_1 + (R_2 + R_5 + R_6) i_2 - R_6 i_3 &= u_{S2} \\ R_4 i_1 - R_6 i_2 + (R_3 + R_4 + R_6) i_3 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\}$$

网孔方程

《电路基础电子教程》

将网孔方程写成一般形式

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= u_{S22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= u_{S33} \end{aligned}\right\}$$



其中，R_{11}, R_{22}和R_{33}称为网孔自电阻，它们分别是各网孔内全部电阻的总和。例如$R_{11}= R_1+ R_4+ R_5$, $R_{22}= R_2 + R_5+ R_6$, $R_{33}= R_3+ R_4+ R_6$。

$$
\left.\begin{aligned}
R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 = u_{S11} \\
R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 = u_{S22} \\
R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 = u_{S33}
\end{aligned}\right\}
$$

$R_{kj}(k\neq j)$称为网孔k与网孔j的互电阻，它们是两网孔公共电阻的正值或负值。当两网孔电流以相同方向流过公共电阻时取正号，例如$R_{12}= R_{21}= R_5, R_{13}= R_{31}= R_4$。当两网孔电流以相反方向流过公共电阻时取负号，例如$R_{23}= R_{32}=-R_6$。u_{S11}、u_{S22}、u_{S33}分别为各网孔中全部电压源电压升的代数和。绕行方向由 - 极到 + 极的电压源取正号；反之则取负号。例如$u_{S11}=u_{S1},u_{S22}=u_{S2},u_{S33}=-u_{S3}$。

《电路基础电子教程》

《电路基础电子教程》

由独立电压源和线性电阻构成电路的网孔方程很有规律。可理解为各网孔电流在某网孔全部电阻上产生电压降的代数和，等于该网孔全部电压源电压升的代数和。根据以上总结的规律和对电路图的观察，就能直接列出网孔方程。具有m个网孔的平面电路，其网孔方程的一般形式为

$$\left.\begin{array}{l} R_{11}i_1+R_{12}i_2+\dots+R_{1m}i_m=u_{S11} \\ R_{21}i_1+R_{22}i_2+\dots+R_{2m}i_m=u_{S22} \\ \dots\dots\dots\dots \\ R_{m1}i_1+R_{m2}i_2+\dots+R_{mm}i_m=u_{Smm} \end{array}\right\} \quad (3-5)$$

《电路基础电子教程》

三、网孔分析法计算举例

网孔分析法的计算步骤如下

1. 在电路图上标明网孔电流及其参考方向。若全部网孔电流均选为顺时针(或反时针)方向，则网孔方程的全部互电阻项均取负号。

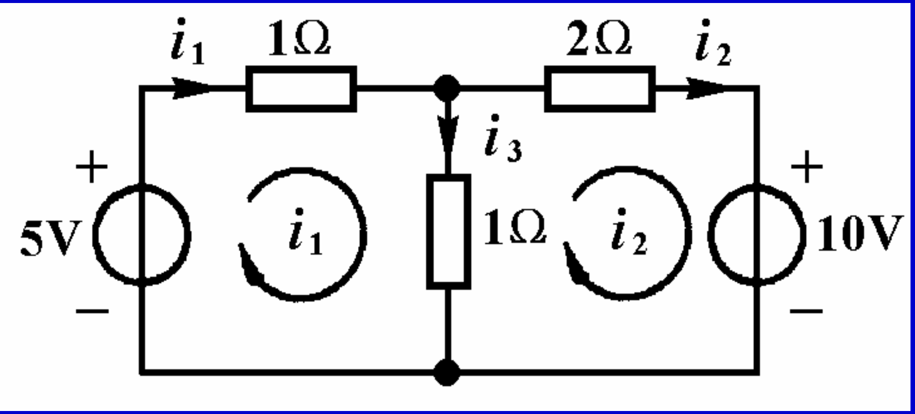
2. 用观察电路图的方法直接列出各网孔方程。

3. 求解网孔方程，得到各网孔电流。

4. 假设支路电流的参考方向。根据支路电流与网孔电流的线性组合关系，求得各支路电流。

5. 用VCR方程，求得各支路电压。

例 用网孔分析法求图示电路各支路电流。



解：选定两个网孔电流i_1和i_2的参考方向，如图所示。

用观察电路的方法直接列出网孔方程

$$\begin{cases}(1\Omega+1\Omega)i_1-(1\Omega)i_2=5\text{V}\\ -1\Omega i_1+(1\Omega+2\Omega)i_2=-10\text{V}\end{cases}$$

整理为

$$\begin{cases}2i_1-i_2=5\text{A}\\ -i_1+3i_2=-10\text{A}\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2i_1 - i_2 = 5\text{A} \\ -i_1 + 3i_2 = -10\text{A} \end{cases}$$

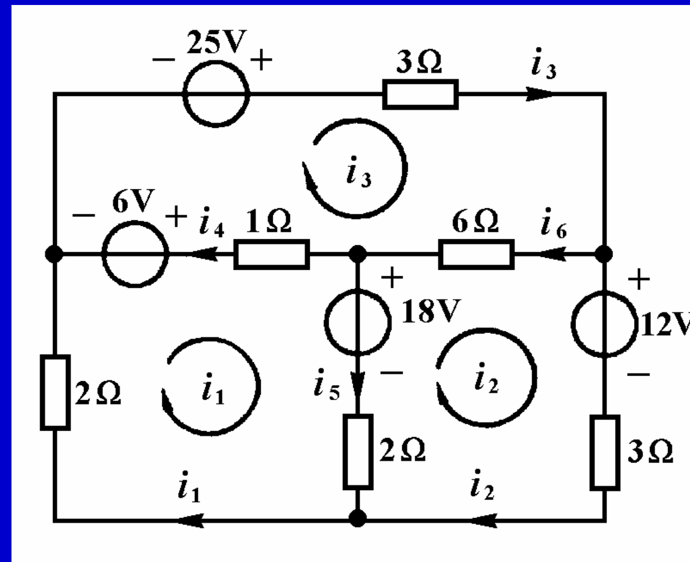
解得

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -10 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{5}{5}\text{A} = 1\text{A}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{-15}{5}\text{A} = -3\text{A}$$

各支路电流分别为i_1=1A, i_2=-3A, $i_3=i_1-i_2$=4A。

又例　用网孔分析法求图示电路各支路电流。

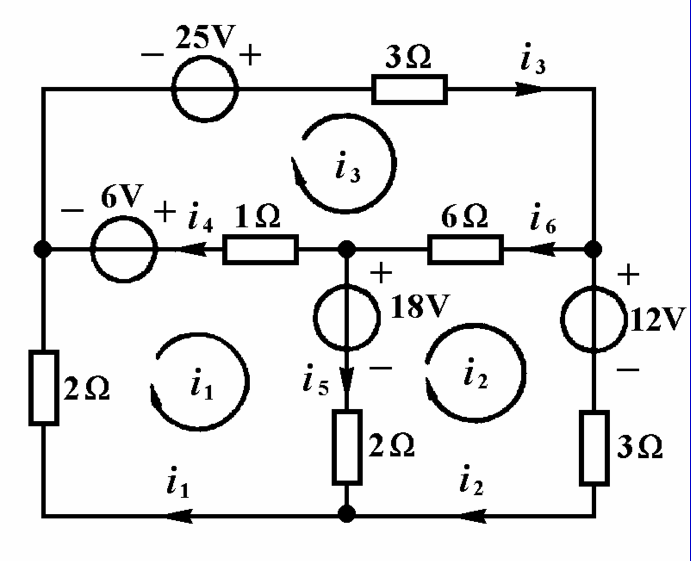


解：选定各网孔电流的参考方向，如图所示。
用观察法列出网孔方程

$$(2\Omega+1\Omega+2\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(1\Omega)i_3=6\mathrm{V}-18\mathrm{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(2\Omega+6\Omega+3\Omega)i_2-(6\Omega)i_3=18\mathrm{V}-12\mathrm{V}$$

$$-(1\Omega)i_1-(6\Omega)i_2+(3\Omega+6\Omega+1\Omega)i_3=25\mathrm{V}-6\mathrm{V}$$



整理为

$$
\begin{aligned}
5i_1 - 2i_2 - i_3 &= -12\text{A} \\
-2i_1 + 11i_2 - 6i_3 &= 6\text{A} \\
-i_1 - 6i_2 + 10i_3 &= 19\text{A}
\end{aligned}
$$

解得

$$i_1 = -1\text{A} \quad i_2 = 2\text{A} \quad i_3 = 3\text{A}$$

$$i_4 = i_3 - i_1 = 4\text{A} \quad i_5 = i_1 - i_2 = -3\text{A} \quad i_6 = i_3 - i_2 = 1\text{A}$$

《电路基础电子教程》

四、含独立电流源电路的网孔方程

当电路中含有独立电流源时，不能用式(3－5)来建立含电流源网孔的网孔方程。若有电阻与电流源并联单口，则可先等效变换为电压源和电阻串联单口，将电路变为仅由电压源和电阻构成的电路，再用式(3－5)建立网孔方程。

若电路中的电流源没有电阻与之并联，则应增加电流源电压作变量来建立这些网孔的网孔方程。此时，由于增加了电压变量，需补充电流源电流与网孔电流关系的方程。

《电路基础电子教程》

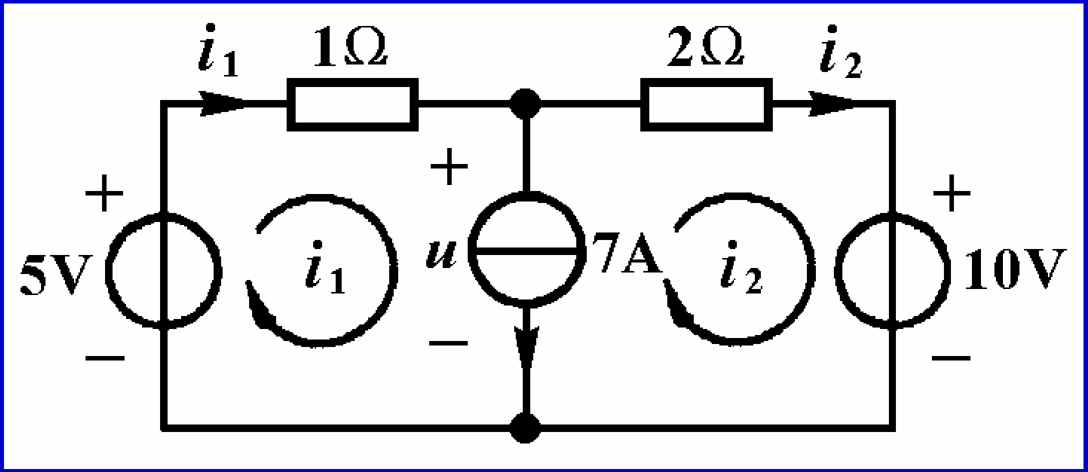
综上所述，对于由独立电压源、独立电流源和电阻构成的电路来说，其网孔方程的一般形式应改为以下形式

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \dots + R_{1m}i_m \underline{+ u_{iS11}} &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \dots + R_{2m}i_m \underline{+ u_{iS22}} &= u_{S22} \\ \dots\dots\dots\dots\ \dots & \\ R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \dots + R_{mm}i_m \underline{+ u_{iSmm}} &= u_{Smm} \end{aligned}\right\}$$

其中，u_{iskk} 表示第k个网孔的全部电流源电压的代数和，其电压的参考方向与该网孔电流参考方向相同的取正号，相反则取负号。由于变量的增加，需要补充这些电流源(i_{SK})与相关网孔电流(i_i, i_j) 关系的方程，其一般形式为

$$\boxed{i_{Sk} = \pm i_i \pm i_j}$$

例3－3 用网孔分析法求图示电路的支路电流。



解：设电流源电压为u，考虑了电压u的网孔方程为

$$(1\Omega)i_1 + u = 5\text{V}$$

$$(2\Omega)i_2 - u = -10\text{V}$$

补充方程 $i_1 - i_2 = 7\text{A}$

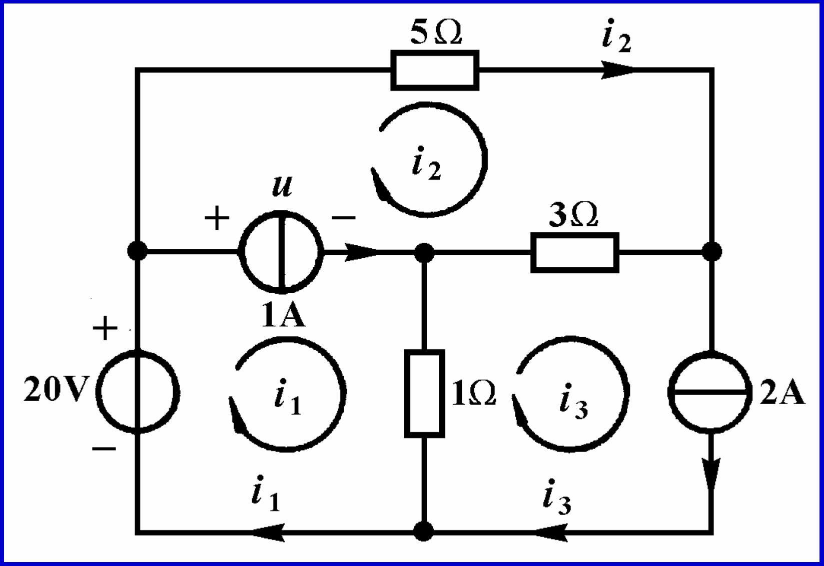
$$i_1 + 2i_2 = -5\text{A}$$

$$i_1 - i_2 = 7\text{A}$$

求解以上方程得到

$$i_1 = 3\text{A} \quad i_2 = -4\text{A} \quad u = 2\text{V}$$

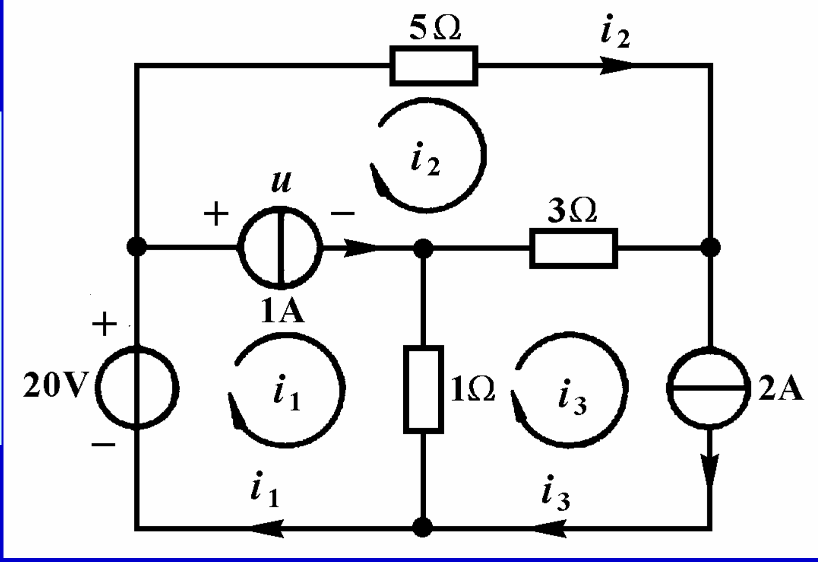
再例　用网孔分析法求解图示电路的网孔电流。



解：当电流源出现在电路外围边界上时，该网孔电流等于电流源电流，成为已知量，此例中为i_3=2A。此时不必列出此网孔的网孔方程。

只需计入1A电流源电压u，列出两个网孔方程和一个补充方程

$$(1\Omega)i_1-(1\Omega)i_3+u=20\text{V}$$
$$(5\Omega+3\Omega)i_2-(3\Omega)i_3-u=0$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$



代入i_3=2A，整理后得到

$$i_1+8i_2=28\text{A}$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$

解得i_1=4A, i_2=3A和i_3=2A。